

2022年4月高等教育自学考试全国统一考试

大学数学

(课程代码 06227)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分, 第一部分为选择题, 第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答, 答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔, 书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题: 本大题共10小题, 每小题2分, 共20分。在每小题列出的备选项中

只有一项是最符合题目要求的, 请将其选出。

1. 下列周期函数中, 周期为 6π 的函数是

- A. $y = \sin \frac{x}{3}$ B. $y = \sin(x + 6\pi)$
C. $y = \sin 6x$ D. $y = \tan 6x$

2. 下列极限值等于1的是

- A. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\tan x}{x}$ B. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan x}{x}$
C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{3x}$ D. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin x}{x}$

3. 设 $f(x) = \begin{cases} 3-3x & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ x^2 & x > 0 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处

- A. 没有定义 B. 极限存在
C. 左连续但不右连续 D. 右连续但不左连续

4. 下列求函数的导数计算正确的是

- A. $(\ln 5)' = \frac{1}{5}$ B. $(x^2 a^x)' = 2xa^x \ln a$
C. $(e^{-x})' = -e^{-x}$ D. $[(\cos x)^x]' = x(\cos x)^{x-1}$

5. 若函数 $f(x)$ 在某区间内一阶导数和二阶导数都大于零, 则 $f(x)$ 在此区间内

- A. 单调增加, 为凸函数 B. 单调增加, 为凹函数
C. 单调减少, 为凸函数 D. 单调减少, 为凹函数

6. 下列不等式中成立的是

- A. $\int_0^1 x^2 dx \leq \int_0^1 \sqrt{x} dx$ B. $\int_1^2 x^2 dx \leq \int_1^2 \sqrt{x} dx$
C. $\int_0^1 \pi^x dx \leq \int_0^1 e^x dx$ D. $\int_1^2 \pi^x dx \leq \int_1^2 e^x dx$

7. 下列函数在区间 $[-1, 1]$ 上满足罗尔定理条件的是

- A. $f(x) = 1 - x$ B. $f(x) = \frac{1}{x^2}$
C. $f(x) = \sin x$ D. $f(x) = \cos x$

8. $\int_0^3 |x-2| dx =$

- A. $\frac{3}{2}$ B. 0
C. 1 D. $\frac{5}{2}$

9. 微分方程 $(x-y)^2 y'' - x^4 (y')^3 + 3yy' = 0$ 的阶是

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

10. 微分方程 $3y'' - 4y' + y = 0$ 的一个解是

- A. $y = x^3$ B. $y = x^2$
C. $y = -e^x$ D. $y = e^{-x}$

二、判断题：本大题共 10 小题，每小题 1 分，共 10 分。判断下列各题正误，正确的在

答题卡相应位置涂“A”，错误的涂“B”。

11. 若 $f(x)$ 在点 x_0 处极限存在，则 $f(x)$ 在点 x_0 处不一定有定义。
12. 有界数列一定收敛。
13. $\int \frac{1}{\sqrt{1-a^2}} dx = \arcsin a + C$.
14. 函数的极值点一定是该函数的驻点。
15. $\int_a^b f(t) dt = \int_a^b f(u) du$.
16. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$.
17. 若函数 $y = f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，则曲线 $y = f(x)$ 和直线 $x = a$, $x = b$ 及 x 轴所围图形的面积是 $\int_a^b f(x) dx$.
18. 函数 $f(x)$ 的不定积分就是它的原函数。
19. 函数 $y = x^3$ 在区间 $[0, 3]$ 上满足拉格朗日中值定理的条件，则此时定理中的 $\xi = \sqrt{3}$.
20. 函数 $y = \ln \frac{a+x}{a-x}$ (a 为常数) 是非奇非偶函数。

第二部分 非选择题

三、填空题：本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分。

21. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 2x - 24}{x - 4} =$ _____ .
22. 函数 $y = 5^x$ 的 n 阶导数是_____ .
23. 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x+2}} + \lg(12-4x)$ 的定义域是_____ .

24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - n + 7}{n^2 + 4} =$ _____ .

25. $\int \frac{dx}{x^2 + 2} =$ _____ .

26. $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx =$ _____ .

四、计算题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。

27. 求函数 $y = x \operatorname{arccot} x + \sqrt{3+x^2}$ 的导数。

28. 求函数 $y = \frac{e^{\tan x}}{x}$ 的微分。

29. 求极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)^x$.

30. 计算 $\int \sin^3 x \cos^4 x dx$.

31. 计算 $\int x \sin x dx$.

32. 求 $\int_1^8 \frac{1}{x + \sqrt[3]{x}} dx$.

33. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} + 3x}{x + \sin x}$.

34. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{3x^2 - 1}{\sqrt{y}}$ 的通解。

五、简答题：本大题共 2 小题，每小题 9 分，共 18 分。

35. 画图并计算由曲线 $y = 2^x$ 与 $y = 2^{-x}$ 及直线 $x = 1$ 所围成的图形的面积。

36. 求函数 $y = 2x^3 - 6x + 1$ 的单调增、减区间，极值及其图像的凹凸区间和拐点。