绝密★启用前

2022年4月高等教育自学考试全国统一命题考试

概率论与数理统计（经管类）

（课程代码　04183）

注意事项：

1．本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。

2．应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。

3．涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分　选择题

一、单项选择题：本大题共10小题，每小题2分，共20分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1．以A表示“甲产品合格”，B表示“乙产品合格”，$A\cup\bar{B}$的对立事件表示

A．“甲产品不合格或乙产品合格”　B．“甲产品不合格，乙产品合格”

C．“甲乙产品都合格”　D．“甲乙产品都不合格”

2．设$f_1(x)$为区间$[-1,2]$上的均匀分布的概率密度，$f_2(x)$为标准正态分布的概率密度，

若$f(x)=\begin{cases} af_1(x), & x\leqslant 0, \\ bf_2(x), & x>0, \end{cases}$（常数$a>0,b>0$）为概率密度，则$a,b$应满足

A．$3a+2b=6$　B．$2a+3b=6$　C．$a+b=1$　D．$a+b=2$

3．设随机变量X与Y独立同分布，其概率分布为$P\{X=0\}=P\{X=1\}=\frac{1}{2}$，则

A．$P\{X\neq Y\}=0$　B．$P\{X=Y\}=1$　C．$P\{X\neq Y\}=\frac{1}{2}$　D．$P\{X\neq Y\}=\frac{1}{4}$

4．设随机变量X的分布函数为$F(x)=\begin{cases} 0, & x<-2, \\ \frac{1}{3}, & -2\leqslant x<1, \\ 1, & x\geqslant 1, \end{cases}$ 则X的数学期望$E(X)=$

A．0　B．$\frac{1}{3}$　C．$\frac{2}{3}$　D．1

5．设二维随机变量(X,Y)服从二维正态分布$N(0,2;4,9;0.5)$，则$D(X-3Y+2)=$

A．-21　B．33　C．67　D．69

6．设在每次试验中事件A发生的概率为0.75，且已知事件A在n次独立重复试验中出现的频率在0.74～0.76之间的概率至少为0.9，则利用切比雪夫不等式可得试验次数n至少为

A．17　B．186　C．1875　D．18750

7．设随机变量X服从自由度为n的t分布，且$n>1$，记$Y=X^2$，则Y的概率分布为

A．$F(1,n)$　B．$F(n,1)$　C．$N(0,1)$　D．$\chi^2(n)$

8．设随机变量X服从区间$(0,\theta)$上的均匀分布，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为来自X的样本，$\bar{X},S^2$分别为样本均值和样本方差，则未知参数θ的极大似然估计为

A．$2\bar{X}$　B．S^2

C．$\min(X_1,X_2,\cdots,X_n)$　D．$\max(X_1,X_2,\cdots,X_n)$

9．对于正态总体$N(\mu,\sigma^2)$的有关均值μ的双侧假设检验：$H_0:\mu=\mu_0$；$H_1:\mu\neq\mu_0$，若有两个显著性水平α_1和α_2，且$\alpha_2<\alpha_1$，通过样本$X_1,X_2,\cdots,X_n$一定得出的结论是

A．在显著性水平α_1下拒绝H_0时，在显著性水平α_2下也拒绝H_0

B．在显著性水平α_2下拒绝H_0时，在显著性水平α_1下也拒绝H_0

C．在显著性水平α_1下不拒绝H_0时，在显著性水平α_2下拒绝H_0

D．在显著性水平α_2下不拒绝H_0时，在显著性水平α_1下拒绝H_0

10．假设一元线性回归模型为：$y_i=\beta x_i+\varepsilon_i,i=1,2,\cdots,n,E(\varepsilon_i)=0,D(\varepsilon_i)=\sigma^2$，$\varepsilon_i,\varepsilon_2,\cdots,\varepsilon_n$相互独立，则$\beta$的最小二乘估计$\hat{\beta}=$

A．$\dfrac{\sum_{i=1}^n x_iy_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$　B．$\dfrac{\sum_{i=1}^n x_iy_i}{\sum_{i=1}^n y_i^2}$　C．$\dfrac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n x_i}$　D．$\dfrac{\sum_{i=1}^n x_iy_i}{\sum_{i=1}^n x_i}$

第二部分 非选择题

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11. 甲乙两人各投篮一次，设 A 为甲投中，B 为乙投中，则甲乙两人都投中可表示为________.

12. 9 张电影票中有 4 张为头等座票，随机发给先后到来的 9 个人，第二个到的人拿到头等座票的概率为________.

13. 设 A,B 是两个事件, 且 $P(A)=0.3$，$P(B|A)=0.4$，$P(A|B)=0.6$，则 $P(A\cup B)=$________.

14. 设 X 服从 $[2,9]$ 上的均匀分布，则 $P\{1<X<5\}=$________.

15. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-|x|},(-\infty<x<+\infty)$，则当 $x\geqslant 0$ 时，X 的分布函数 $F(x)=$________.

16. 某校体检表明学生的身高 X（单位：m）服从正态分布，学生平均身高为1.70m，若身高的标准差为0.08m，则 $P\{1.62<X<1.78\}=$________.

（附：$\Phi(x)$ 为标准正态分布函数，$\Phi(1)=0.841$）

17. 设随机变量 X 与 Y 都服从区间 $[0,4]$ 上的均匀分布，且 $P\{X\leqslant 3,Y\leqslant 3\}=\frac{9}{16}$，则 $P\{X>3,Y>3\}=$________.

18. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，已知 X 服从参数为1的指数分布，$P\{Y=-1\}=\frac{3}{4}$，$P\{Y=1\}=\frac{1}{4}$，则 $P\{2X\leqslant Y+3\}=$________.

19. 设随机变量 X 服从参数为 2 的泊松分布，Y 服从参数为 3 的指数分布，则 $E(X-3Y+1)=$________.

20. 已知 $E(X)=-6$，$E(Y)=4$，$E(XY)=16$，则 $\mathrm{Cov}(X,Y)=$________.

21. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_{100}$ 是来自总体 X 的样本，若 $P\{X=0\}=0.8$，$P\{X=1\}=0.2$，则依据中心极限定理将概率 $P\left\{\sum_{i=1}^{100}X_i\leqslant 28\right\}$ 用标准正态分布函数 $\Phi(x)$ 近似表示为________.

22. 设随机变量 X 的分布律为 $\begin{array}{c|ccc} X & 0 & 1 & 2 \\ \hline P & 1-3\theta & \theta & 2\theta \end{array}$，$X_1,X_2,\ldots,X_n$ 是来自总体 X 的样本，$\bar{X}$ 是样本均值，则 θ 的矩估计为________.

23. 设 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，X_1,X_2,X_3 为来自总体 X 的样本，则 $\hat{\mu}_1=\frac{1}{3}X_1+\frac{1}{4}X_2+\frac{1}{4}X_3$，$\hat{\mu}_2=\frac{1}{5}X_1+\frac{2}{5}X_2+\frac{2}{5}X_3$，$\hat{\mu}_3=\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}X_i$ 作为 μ 的估计量，有效估计量是________.

24. 设随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ,σ^2 都未知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ $(n>1)$ 为来自总体 X 的样本，记 $\bar{X}$ 为样本均值，$Q^2=\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$，则假设 $H_0:\mu=0$ 的 t 检验使用的统计量表达式为________.

25. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_{16}$ 是来自总体 $X\sim N(\mu,1)$ 的样本，考虑检验假设问题 $H_0:\mu=2$，若检验的拒绝域为 $W=\{\bar{X}\geqslant 2.6\}$，则检验犯第一类错误的概率为________.（附：$\Phi(x)$ 为标准正态分布函数，$\Phi(2.4)=0.9918$）

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26. 设某地区成年居民中偏胖者占10%，不胖不瘦者占82%，偏瘦者占8%，又知偏胖者患高血压病的概率为20%，不胖不瘦者患高血压病的概率为10%，偏瘦者患高血压病的概率为5%.

（1）求该地区成年居民患高血压病的概率；

（2）现知该地区某一成年居民患有高血压病，求其是偏胖者的概率.

27. 设二维随机变量 (X,Y) 的分布律为

X \ Y	0	1
0	0.5	0
1	0	0.5

求：（1）(X,Y) 关于 X,Y 的边缘分布律；

（2）X 与 Y 的相关系数 ρ_{XY}，并判断 X 与 Y 是否相关？

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 设随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)=\begin{cases}4x^3, & 0\leqslant x\leqslant 1,\\ 0, & 其他,\end{cases}$ 且 $Y=-2X+1$，

求：(1) X 的分布函数 $F(x)$；(2) $P\left\{\frac{1}{4}\leqslant X\leqslant\frac{1}{2}\right\}$；(3) Y 的概率密度 $f_Y(y)$.

29. 设随机变量 X,Y 的分布律分别为：$\begin{array}{c|cc} X & 0 & 1 \\ \hline P & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{array}$，$\begin{array}{c|ccc} Y & -1 & 0 & 1 \\ \hline P & \frac{1}{6} & \frac{2}{3} & \frac{1}{6}\end{array}$，且 $P\{XY=0\}=1$.

(1) 求 (X,Y) 的分布律；(2) 问 X 与 Y 是否相互独立，为什么？(3) 求 $P\{X+Y\neq 0\}$.

五、应用题：本题 10 分。

30. 设某人群的体重 X （单位：kg）$\sim N(\mu,\sigma^2)$，现从该人群中随机抽取 9 个人，其体重分别为：60，63，75，75，60，60，68，68，65.

求：(1) 样本均值 $\bar{x}$ 及样本方差 s^2；

(2) 总体均值 μ 的置信度为 95%的置信区间.（附：$t_{0.025}(8)=2.306$）